I ETAP

Zadanie 1: Rozwiąż nierówność:

$$\frac{(x-2)\cdot(x-2)^2}{2}-\frac{(x-1)\cdot(x^2+x+1)}{3}<\frac{1}{6}x^3-\frac{(3x-2)\cdot(3x+2)}{3}$$

Zapisz rozwiązanie w postaci przedziału. Podaj przykład liczby wymiernej większej od $\frac{2}{3}$, która należy do zbioru rozwiązań danej nierówności.

Zadanie 2: Średnicę walca zmniejszono na tokarce o 2 cm, wskutek czego pole przekroju poprzecznego (będącego kołem) zmniejszyło się o 8π cm^2. Jaka była początkowa średnica walca?

Zadanie 3: W trójkącie równoramiennym podstawa jest o 3 cm krótsza od ramienia. Wiedząc, że wysokość opuszczona na podstawę ma 12 cm, oblicz:

a) długość podstawy tego trójkąta
b) pole tego trójkąta
c) wysokość poprowadzoną na ramię tego trójkąta.

Zadanie 4: Dla jakich wartości parametru m proste o równaniach

$y=2mx+1$ i $y=mx+m$ przetną się w punkcie $(x;y)$, którego obie współrzędne będą tego samego znaku?

II ETAP

Zadanie 1: Dla jakich wartości parametru m nierówność $\frac{1-(m-1)x+mx^2}{(m+1)x-x^2-1}<0$ jest spełniona dla każdej liczby rzeczywistej x?

Zadanie 2: Różnica długości boków równoległoboku jest równa 11 dm. Pole równoległoboku wynosi 168 dm^2, a cosinus kąta ostrego wynosi 0,6. Oblicz:

a) sinus kąta ostrego,
b) długości boków tego równoległoboku,
c) krótszą wysokość ,
d) długość krótszej przekątnej d tego równoległoboku.

Zadanie 3: Proste k i l określone są równaniami $y=2x-1$ i $y=0{,}5x+2$.

Prosta $y=t,\ t\epsilon R$, przecina proste k i l odpowiednio w punktach A i B.

a) Długość odcina AB wyraź jako funkcję zmiennej t.
b) Wyznacz takie punkty A i B, aby długość odcinka AB była równa 3.

Zadanie 4: Suma pięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (a_n) jest równa 4, a suma dziesięciu początkowych jego wyrazów wynosi 132. Oblicz sumę piętnastu początkowych wyrazów tego ciągu.

III ETAP

Zadanie 1: Wartość bezwzględna różnicy dwóch liczb jest równa 2. Suma kwadratów tych liczb jest o 26 większa od ich sumy. Oblicz te liczby.

Zadanie 2: Suma czterech początkowych wyrazów nieskończonego ciągu arytmetycznego jest równa 6. Dla jakich wartości $x \in < 0; 180 >$ liczby cos^2x; $cos^2x + sinx$ oraz $cos^2x + 2sinx$ są odpowiednio pierwszym drugim i trzecim wyrazem tego ciągu? Ile wyrazów tego ciągu należy do przedziału $< 2; 10 >$?

Zadanie 3: Uzasadnij że graniastosłup prawidłowy czworokątny, którego przekątna ma długość 1 dm, ma największą objętość, gdy wszystkie jego krawędzie mają długość $\frac{\sqrt{3}}{3}$ dm.

Zadanie 4: Z pojemnika w, którym są cztery kule białe i dwie kule czarne losujemy jednocześnie trzy kule, a następnie rzucamy tyle razy symetryczną monetą, ile otrzymaliśmy kul białych. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania co najmniej jednego orła.